

Dernière mise à jour	Détermination des actions	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	dans les mécanismes statiques	TD6 - Sujet

# Détermination des actions dans les liaisons des mécanismes statiques

## TD6

### *Transformation du mouvement Différentiel de voiture*

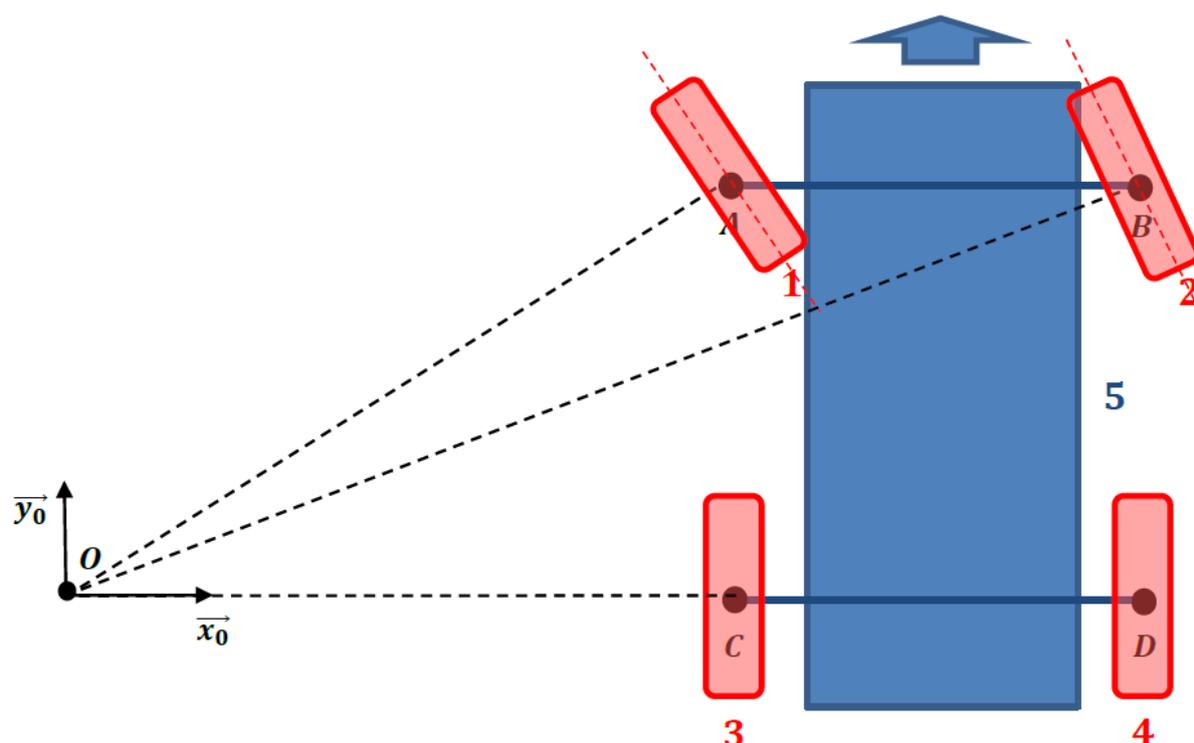
Programme - Compétences		
A21	ANALYSER	Frontière de l'étude Milieu extérieur
B213	MODELISER	Actions mécaniques: - modélisation globale, torseur associé
C28	RESOUDRE	Principe fondamental de la statique Equilibre d'un solide, d'un ensemble de solides Théorème des actions réciproques

Dernière mise à jour 15/06/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD6 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

## ***Différentiel***

Lorsqu'un véhicule à roues tourne sur le sol, son mouvement est un mouvement de rotation autour d'un axe vertical  $(O, \vec{z}_0)$ . A tout instant, chaque roue s'oriente orthogonalement à la droite projetée dans le plan horizontal qui lie le centre du virage  $O$  au à son centre  $(A, B, C, D)$  afin d'assurer un roulement sans glissement à son contact avec le sol (cf. TD de cinématique).

Le rayon du virage étant différent au niveau de chaque roue  $(OA \neq OB \neq OC \neq OD)$ , il est nécessaire que chacune des vitesses de rotation des différentes roues soit différente afin d'assurer, là aussi, le roulement sans glissement entre roues et sol.



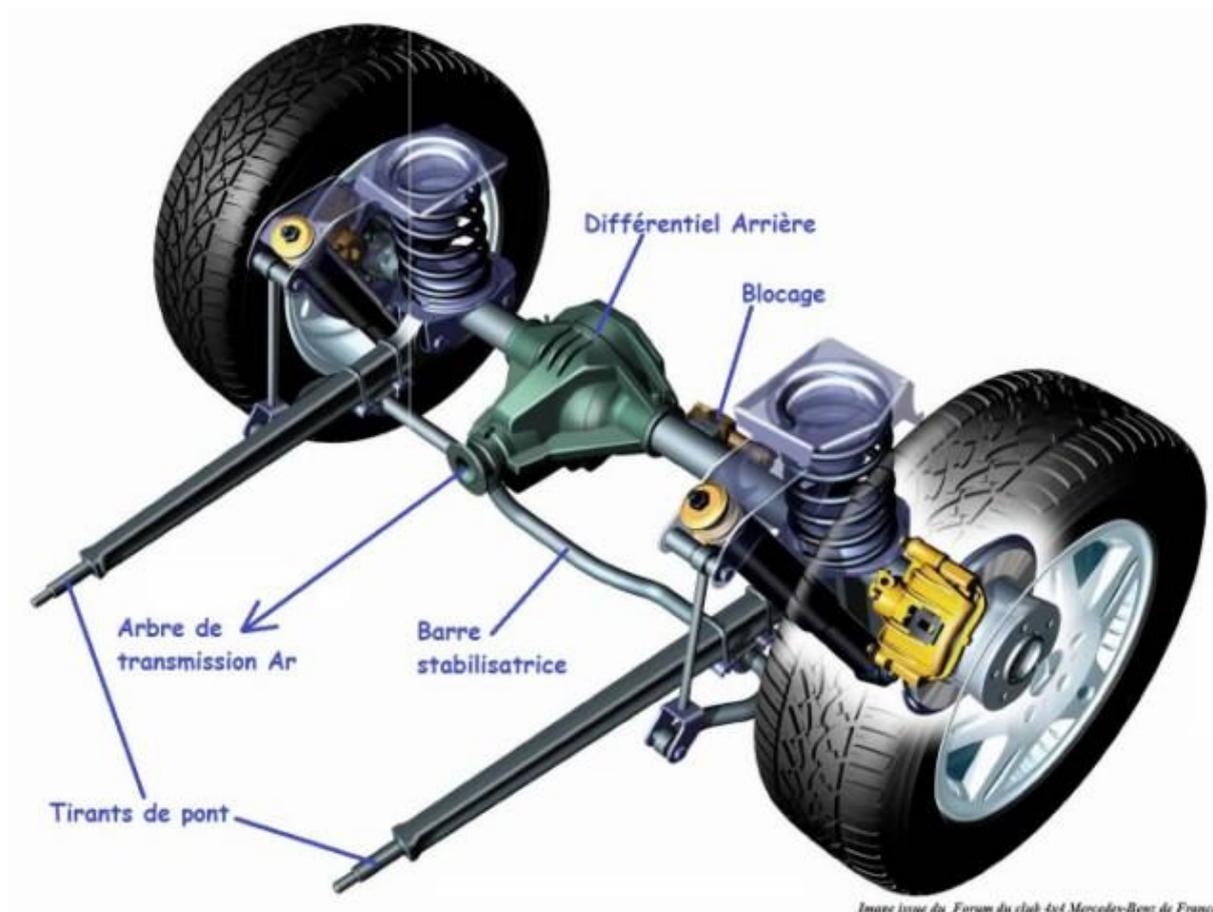
Etudions un véhicule à 4 roues dont seules 2 sont motrices. Les 2 roues non motrices sont libres de tourner l'une et l'autre séparément car elles ne sont pas reliées entre elles.

Les deux roues motrices, elles, sont obligatoirement reliées au moteur. La première idée serait de lier ces deux roues à un seul arbre tournant entraîné par le moteur. Cette solution imposerait à tout moment que la vitesse de chaque roue soit identique, ce qui ne permettrait pas d'assurer le roulement sans glissement au contact roues/sol.

La solution a été trouvée : relier chaque roue à un arbre spécifique, et entraîner chacun de ces deux arbres en même temps tout en permettant une vitesse de rotation différente de ceux-ci. Cette solution, c'est le différentiel, ou pont différentiel.

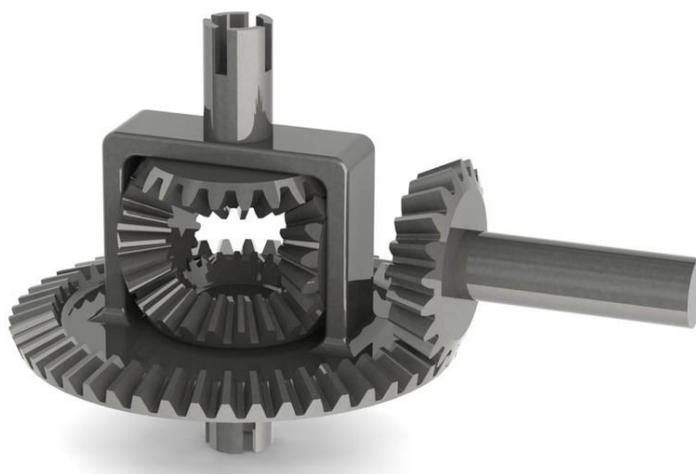
Dernière mise à jour 15/06/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD6 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

La figure ci-dessous présente une architecture classique de montage de pont différentiel d'une voiture en propulsion arrière.



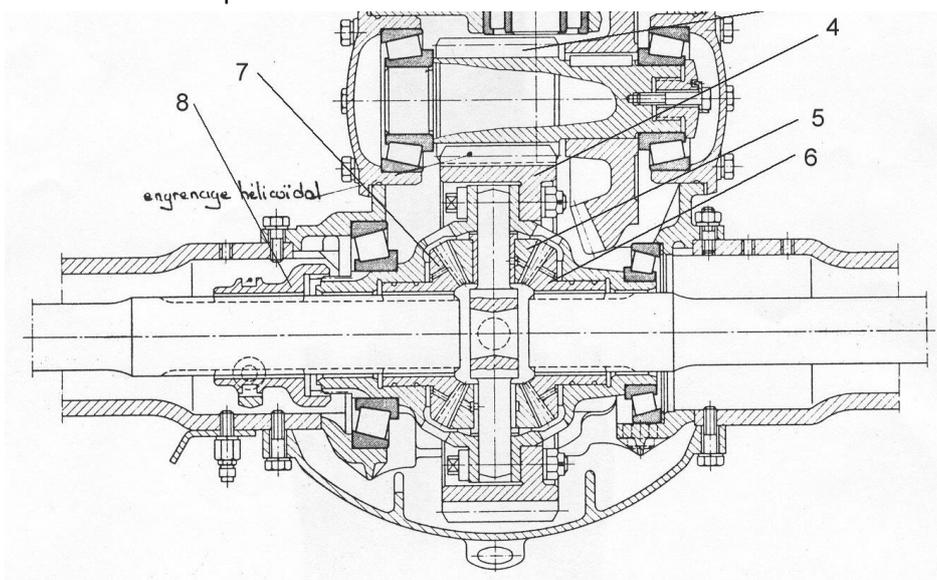
Un pont différentiel présente donc une entrée par laquelle entre la puissance moteur via un arbre de transmission, et deux sorties liées aux deux roues motrices.

La vue 3D ci-dessous présente un pont différentiel partiel (carter supprimé) permettant de visualiser ses différents éléments constitutifs.



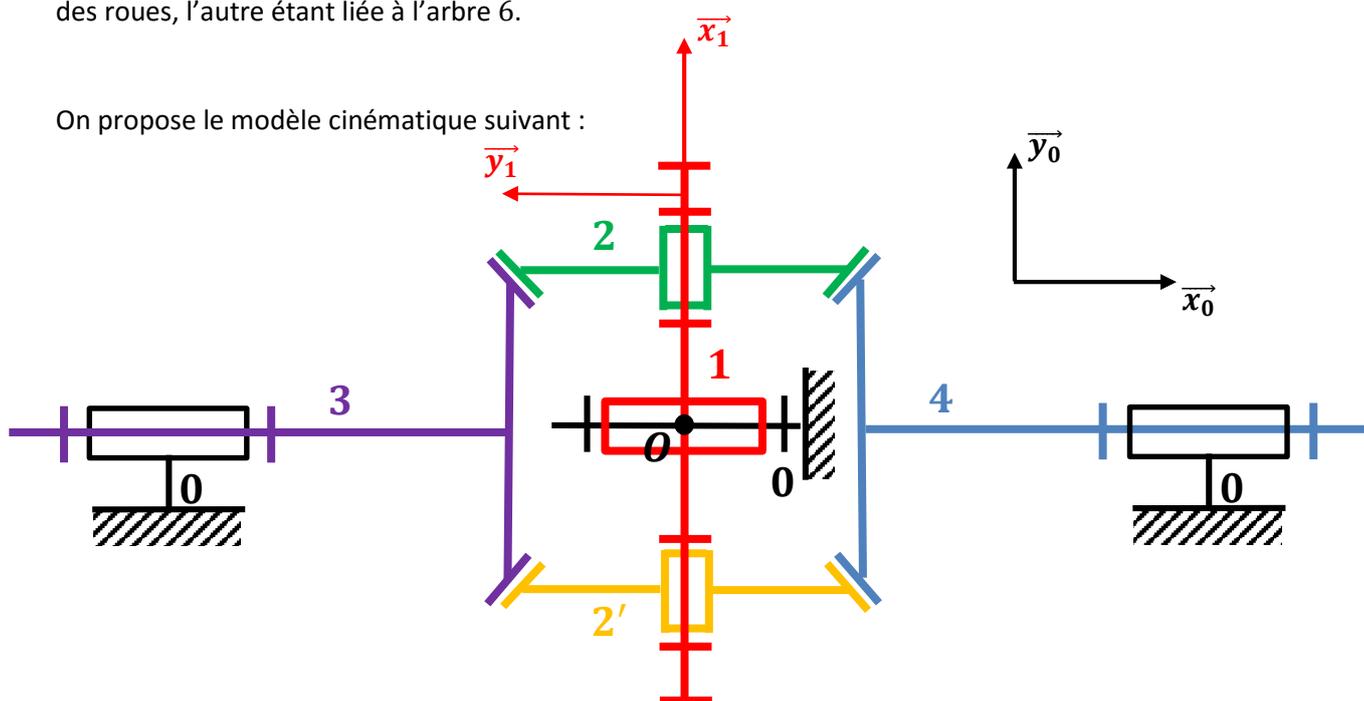
Dernière mise à jour 15/06/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD6 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

Voici ci-dessous un extrait de plan d'un mécanisme contenant un différentiel.



Ce plan nous permettra de comprendre comment on réalise un « blocage » de différentiel via la pièce 8. Cette pièce a pour rôle de lier le boîtier porte satellites tournant 4 avec l'arbre de sortie 7 lié à l'une des roues, l'autre étant liée à l'arbre 6.

On propose le modèle cinématique suivant :

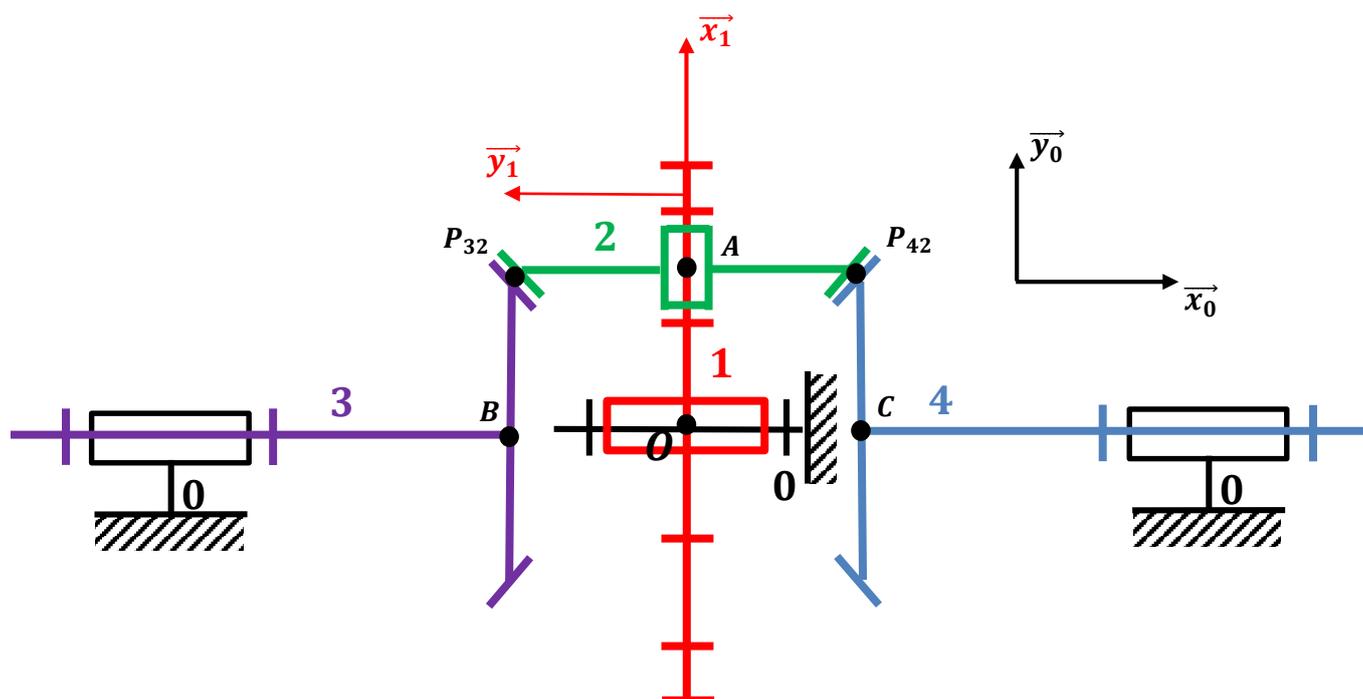


Le bâti 0 est associé à la caisse de la voiture. La pièce 1 est le boîtier porte satellites du différentiel entraîné en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{x}_0)$  par l'intermédiaire d'un engrenage lui permettant de recevoir la puissance du moteur. On définit la base 1 liée à la pièce 1 tournante autour de l'axe  $(O, \vec{x}_0)$  telle que l'axe  $(O, \vec{x}_1)$  est l'axe de rotation entre les satellites 2 et 2' et le boîtier 1.

On remarquera que ce système est équivalent à un train épicycloïdal dont les axes de rotation des satellites ne sont pas parallèles aux axes de rotation du boîtier et des deux arbres de sortie du mécanisme. On sait qu'un train épicycloïdal est un système mécanique à 2 entrées. L'une est la rotation moteur, l'autre est imposée par le mouvement des roues : en ligne droite par exemple, le contact impose  $\omega_{3/0} = \omega_{4/0}$ . En virage, le contact impose des vitesses différentes dépendant du virage réalisé.

Dernière mise à jour 15/06/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD6 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

Dans la suite, nous étudierons le mécanisme suivant :



Cinématiquement, ce modèle ne comportant qu'un satellite n'a aucune différence avec le modèle contenant 2 satellites.

Nous verrons que les résultats de notre étude statique seront valables qu'il y ait un ou 2 satellites.

## Etude Statique

Nous supposons toutes les liaisons parfaites.

Soient les couples extérieurs sur les deux arbres de sortie 3 et 4 du différentiel définis tels que :

$$\overrightarrow{C_{ext \rightarrow 3}} = C_3 \overrightarrow{x_0} \quad ; \quad \overrightarrow{C_{ext \rightarrow 4}} = C_4 \overrightarrow{x_0}$$

Ces couples sont les couples opposés aux couples que le différentiel transmet aux roues (principe d'action réaction).

Soit le couple moteur issu du contact dans l'engrenage entre l'arbre de transmission non représenté sur le modèle cinématique et le boîtier 1 noté :

$$\overrightarrow{C_{m \rightarrow 1}} = C_1 \overrightarrow{x_0}$$

Soient les actions aux contacts des engrenages entre les roues dentées 2 et 3 au point  $P_{32}$  d'une part, et 2 et 4 au point  $P_{42}$  d'autre part, modélisées par des contacts ponctuels et définies telles que :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{4 \rightarrow 2}} &= F_{42} \overrightarrow{n_{42}} = F_{42x} \overrightarrow{x_1} + F_{42y} \overrightarrow{y_1} + F_{42z} \overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{F_{3 \rightarrow 2}} &= F_{32} \overrightarrow{n_{32}} = F_{32x} \overrightarrow{x_1} + F_{32y} \overrightarrow{y_1} + F_{32z} \overrightarrow{z_1} \end{aligned}$$

Avec  $\overrightarrow{n_{42}}$  et  $\overrightarrow{n_{32}}$  les normales aux contacts entre les roues dentées concernées.

On remarquera que ces 6 composantes d'efforts sont algébriques.

On appelle  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  respectivement les rayons des roues dentées 2, 3 et 4.

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
15/06/2016		TD6 - Sujet

**Question 1: Etablir le graphe des liaisons du mécanisme en faisant apparaître les actions extérieures**

**Question 2: En isolant un ensemble de solides bien choisi, établir la relation entre les couples  $C_1$ ,  $C_3$  et  $C_4$**

**Question 3: En isolant le solide 2, montrer que  $F_{32_z} = F_{42_z}$**

**Question 4: En isolant successivement les solides 3 et 4, montrer que  $C_3 = C_4$**

**Question 5: En déduire l'expression de  $C_3$  et  $C_4$  en fonction de  $C_1$**

Lorsqu'une roue patine, le couple transmis à celle-ci par le différentiel (opposé aux couples que nous avons pris en compte) devient presque nul (couple résistant uniquement due aux forces de frottement au contact avec le sol).

Supposons qu'il devient nul, par exemple :

$$-C_4 = 0 \Leftrightarrow C_4 = 0$$

**Question 6: Qu'en est-il du couple transmis à la seconde roue ?**

### *Etude cinématique*

**Question 7: En appliquant une démarche identique au cas du train épicycloïdal, déterminer la relation liant  $\omega_{1/0}$ ,  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$**

Supposons que les roues ne patinent pas, et qu'elles tournent à la même vitesse (ligne droite).

**Question 8: Que vaut chaque vitesse  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$**

Supposons maintenant qu'une des deux roues patine véhicule arrêté, par exemple la roue 4, ce qui implique que la roue 3 adhère, et compte tenue du couple transmis à cette roue qui est presque nul :  $\omega_{3/0} = 0$ .

**Question 9: Que vaut  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$**

Appelons  $k$  le rapport  $\frac{Z_2}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4}$

**Question 10: Exprimer  $\omega_{3/0}$  et  $\omega_{4/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$  et  $\omega_{2/1}$**

**Question 11: Compte tenu de ce résultat, que peut-on dire du rôle du satellite 2**

Dernière mise à jour	Détermination des actions	Denis DEFAUCHY
15/06/2016	dans les mécanismes statiques	TD6 - Sujet

## ***Blocage du différentiel***

La pièce 8 de l'extrait de plan proposé permet de « bloquer » le différentiel. En réalité, elle impose aux pièces 4 et 7 d'être liées en rotation.

Selon notre modèle, elle impose :

$$\omega_{3/0} = \omega_{1/0}$$

Un différentiel possédant cette possibilité de blocage s'appelle « différentiel à glissement limité ».

**Question 12: Que vaut  $\omega_{2/1}$  dans le cas du blocage du différentiel**

**Question 13: Que vaut  $\omega_{4/0}$  dans le cas du blocage du différentiel**

**Question 14: Quel est donc le comportement de la roue qui adhère ?**

Supposons comme précédemment que la roue 4 patine et que l'on bloque le différentiel, véhicule arrêté.

**Question 15: Que vaut  $C_4$**

**Question 16: Que vaut le couple  $C_3$  transmis à la roue qui adhère ?**

Remarques :

- L'étude des couples que nous venons de réaliser est identique lors de l'étude des trains épicycloïdaux, on pourra donc étendre nos résultats statiques à ceux-ci
- Nous avons supposé qu'il n'y avait qu'un satellite. L'ajout d'un second satellite ne change pas les résultats obtenus, puisque l'isolement du second satellite montrera aussi que les couples qu'il transmet à chaque arbre de sortie sont identiques. La seule différence réside dans le fait que chaque satellite transférera la moitié du couple transmis à chaque roue alors que dans notre étude, un satellite transmettait l'intégralité du couple à chaque roue.